PENYELESAIAN SISTEM PERSAMAAN LINIER *FULLY FUZZY* MENGGUNAKAN METODE GAUSS SEIDEL

TUGAS AKHIR

Diajukan sebagai Salah Satu Syarat
untuk Memperoleh Gelar Sarjana Sains
pada Jurusan Matematika

Oleh :

KHOLIFAH
10854004416

UIN SUSKA RIAU

FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI SULTAN SYARIF KASIM RIAU
PEKANBARU

2013

PENYELESAIAN SISTEM PERSAMAAN LINIER *FULLY FUZZY* MENGGUNAKAN METODE GAUSS SEIDEL

<u>KHOLIFAH</u>
10854004416

Tanggal Sidang : 25 Juni 2013
Tanggal Wisuda : 2013

Jurusan Matematika
Fakultas Sains dan Teknologi
Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau
Jl. HR. Soebrantas No.155 Pekanbaru

ABSTRAK

Sistem persamaan linier merupakan kumpulan persamaan linier yang terdiri dari m persamaan dan n variabel. Persamaan linier tersebut memiliki konstanta yang biasanya merupakan bilangan asli. Seiring dengan perkembangan ilmu pengetahuan, konstanta dalam persamaan linier dapat pula berupa bilangan *fuzzy* dan semua parameternya dalam bilangan fuzzy yang dikenal dengan istilah sistem persamaan linier *fully fuzzy*. Salah satu metode untuk penyelesaian sistem persamaan linier *fully fuzzy* menggunakan metode tidak langsung yang biasanya disebut iterasi. Pada tugas akhir ini metode yang digunakan untuk menyelesaikan sistem persamaaan linier tersebut adalah metode Gauss Seidel. Metode gauss seidel merupakan metode iterasi yang menggunakan nilai awal pada prosesnya sehingga diperoleh nilai sesungguhnya dan syaratnya persamaan tersebut haruslah *strictly diagonally dominant*. Solusi yang diperoleh dari sistem persamaan linier *fully fuzzy* berupa solusi tunggal dan dalam bilangan riil.

Kata kunci: *Fuzzy, Metode Gauss Seidel*, *Sistem Persamaan Linier Fully Fuzzy.*

KATA PENGANTAR

Alhamdulillahirabbil'alamin, segala puji bagi Allah SWT karena atas rahmat, taufiq dan hidayah-Nya, penulis dapat menyelesaikan tugas akhir dengan judul **"Penyelesaian Sistem Persamaan Linier *Fully Fuzzy* Menggunakan Metode Gauss Seidel"** dengan baik dan selesai tepat pada waktunya. Shalawat beserta salam selalu tercurahkan kepada Nabi Muhammad SAW, mudah-mudahan kita semua selalu mendapat syafa'at-Nya dan selalu dalam lindungan Allah SWT amin. Penulisan tugas akhir ini dimaksudkan untuk memenuhi salah satu syarat dalam menyelesaikan studi Strata 1 (S1) di Jurusan Matematika, Fakultas Sains dan Teknologi, Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau.

Dalam penyusunan dan penyelesaian tugas akhir ini, penulis tidak terlepas dari bantuan berbagai pihak, baik langsung maupun tidak langsung. Untuk itu penulis mengucapkan terimakasih yang tak terhingga kepada kedua orang tua tercinta ayahanda dan ibunda yang tidak pernah lelah dalam mencurahkan kasih sayang, perhatian, do'a, dan dukungan untuk menyelesaikan tugas akhir ini. Selanjutnya ucapan terimakasih kepada :

1. Bapak Prof. Dr. H. M. Nazir selaku Rektor Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau.
2. Ibu Dra. Hj. Yenita Morena, M.Si selaku Dekan Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau.
3. Ibu Sri Basriati, M.Sc selaku Ketua Jurusan Matematika Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau.
4. Ibu Yuslenita Muda, M.Sc selaku Dosen Pembimbing yang telah memberikan arahan, motivasi, dan membimbing penulis dengan penuh kesabarannya sehingga penulis dapat menyelesaikan tugas akhir ini.
5. Ibu Fitri Aryani, M.Sc selaku penguji I yang telah banyak membantu, memberikan kritikan dan saran serta dukungan dalam penulisan tugas akhir ini.

6. Bapak M. Nizam Muhaijir, S.Si selaku penguji II yang telah banyak membantu, mendukung dan memberikan saran dalam penulisan tugas akhir ini.
7. Semua dosen-dosen Jurusan Matematika yang telah memberikan dukungan serta saran dalam menyelesaikan tugas akhir ini.
8. Teman-teman Jurusan Matematika angkatan 2008 yang telah banyak memberi semangat dan memotivasi penulis untuk segera menyelesaikan penulisan tugas akhir ini.
9. Semua pihak dan para sahabat yang tidak dapat penulis sebutkan satu persatu.

Penulis juga menyadari bahwa tugas akhir ini masih jauh dari sempurna, untuk itu kritik dan saran yang bersifat membangun sangat penulis harapkan. Kepada semua pihak yang membaca tugas akhir ini, semoga dapat mengambil manfaatnya. Aamiin.

Pekanbaru, Juni 2013

Kholifah

DAFTAR ISI

BAB I
PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Sistem persamaan linier merupakan kumpulan persamaan linier yang saling berhubungan untuk mencari nilai variabel yang memenuhi semua persamaan linier tersebut. Sistem persamaan linier kadang muncul secara langsung dari masalah-masalah yang nyata sehingga membutuhkan proses penyelesaian. Menyelesaikan suatu sistem persamaan linier adalah mencari nilai-nilai variabel yang memenuhi semua pesamaan linier yang diberikan. Sistem persamaan linier biasanya terdiri atas *m* persamaan dan *n* variabel. Sistem persamaan linier dapat ditulis dalam bentuk persamaan matriks $Ax = b$ dengan semua entri-entri di dalam A dan b adalah bilangan riil.

Secara umum sistem persamaan linier dapat diselesaikan dengan dua metode yaitu metode langsung dan metode tidak langsung. Metode langsung biasanya disebut metode eksak, diantaranya adalah metode eliminasi, subtitusi, dekomposisi LU, dekomposisi Cholesky, dan dekomposisi Crout. Metode tidak langsung biasanya disebut dengan metode iterasi, diantaranya metode iterasi Jacobi, metode SOR, dan metode Gauss Seidel. Metode Gauss Seidel merupakan metode yang menggunakan proses iterasi hingga diperoleh nilai yang sesungguhnya. Metode ini menggunakan nilai awal dan pada proses selanjutnya menggunakan nilai yang sudah diketahui sebelumnya.

Konstanta dalam sistem persamaan linier biasanya berupa bilangan riil. Namun seiring perkembangan ilmu matematika, konstanta dalam sistem persamaan linier dapat berupa bilangan *fuzzy* dan dapat diselesaikan dengan menggunakan metode yang sama. *Fuzzy* dapat diartikan sebagai kabur atau samar-samar, biasanya digunakan dalam masalah yang mengandung unsur ketidakpastian. Sistem persamaan linier dengan konstanta berupa bilangan *fuzzy* disebut sistem persamaan linier *fuzzy*. Bentuk sistem persamaan linier *fuzzy* seperti sistem persamaan linier biasa, perbedaannya terletak pada unsur b. Unsur b dalam sistem persamaan linier *fuzzy* merupakan bentuk parameter yang berada pada interval tertentu. Selain itu, dikenal juga sistem persamaan linier *fully fuzzy*. Sistem persamaan linier *fully fuzzy* merupakan persamaan matriks $Ax = b$ dengan A adalah matriks *fuzzy* dan x, b adalah bilangan *fuzzy*.

Penyelesaian sistem persamaan linier *fully fuzzy* telah dibahas oleh beberapa peneliti sebelumnya, diantaranya penelitian yang dilakukan oleh S.H Nasseri dan M.Sohrabi dengan judul *Gram-Schmidt Approach for Linear System of Equations with Fuzzy Parameters*. Mereka membahas mengenai penyelesaian sistem persamaan linier *fully fuzzy* dengan menggunakan metode dekomposisi QR berdasarkan pendekatan Gram Schmidt. Selanjutnya S.H Nasseri dan F.Zahmatkesh melakukan penelitian dengan judul *Huang method for solving fully fuzzy linear system of equations*, yakni membahas tentang penyelesaian sistem persamaan linier *fully fuzzy* menggunakan metode algoritma Huang.

Anjeli Garg dan S.R. Singh membahas tentang penyelesaian sistem persamaan linier *fuzzy* dan non linier *fuzzy* dengan menggunakan fungsi anggota Gausiaan (metode iterasi Gauss Seidel, metode Newton) dengan judul penelitian *Solving fuzzy system of equations using gaussian membership function*. Selanjutnya Amit Kumar, Abhinav Bansal, dan Neetu juga melakukan penelitian yang membahas solusi positif penyelesaian sistem persamaan linier *fully fuzzy* menggunakan bilangan *fuzzy* segitiga dan kooefisien matriks.

Gourav Gupta juga melakukan penelitian pada Tahun 2010 tentang penyelesaian sistem persamaan linier *fully fuzzy* menggunakan metode langsung (metode invers matriks, aturan Cramer, dan metode dekomposisi LU) dan metode iterasi (metode Gauss Jacobi dan Gauss Seidel) dengan judul penelitian "*Some Methods for Solving Fully Fuzzy Linear System of Equations*". Berdasarkan penelitian dan jurnal tersebut penulis tertarik untuk mengulas tesis dengan mengambil salah satu metode yang digunakan yaitu metode Gauss Seidel, sehingga penulis tertarik untuk mengambil judul **"Penyelesaian Persamaan Linier *Fully Fuzzy* Menggunakan Metode Gauss Seidel".**

1.2 Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang yang disajikan maka rumusan masalah pada penelitian ini yaitu" Bagaimana menyelesaikan sistem persamaan linier *fully fuzzy* menggunakan metode Gauss Seidel?".

1.3 Batasan Masalah

Berdasarkan pada rumusan masalah maka harus dilakukan batasan masalah agar tujuan dari penelitian ini dapat tercapai yaitu sistem persamaan *fully fuzzy* hanya menggunakan 3 persamaan dan 3 variabel.

1.4 Tujuan Penelitian

Tujuan penelitian ini adalah mendapatkan solusi sistem persamaan linier *fully fuzzy* menggunakan metode Gauss Seidel.

1.5 Manfaat Penelitian

Manfaat penelitian dari penulisan ini adalah sebagai berikut:

1. Menambah wawasan dan memperdalam pemahaman tentang materi *fully fuzzy* dan metode Gauss Seidel dalam ilmu aljabar.
2. Memberikan informasi kepada pembaca tentang sistem persamaan linier *fully fuzzy* dan metode Gauss Seidel sehingga mempermudah penyelesaian soal-soal yang berhubungan dengan sistem persamaan linier *fully fuzzy* menggunakan metode Gauss Seidel.

1.6 Sistematika Penulisan

Sistematika penulisan tugas akhir ini adalah sebagai berikut:

BAB I Pendahuluan

Bab ini berisi tentang latar belakang masalah, rumusan masalah, batasan masalah, tujuan penelitian, manfaat penelitian dan sistematika penulisan.

BAB II Landasan Teori

Bab ini berisi tentang teori-teori yang mendukung dalam penyelesaian pembahasan masalah. Teori-teori tersebut yaitu sistem persamaan linier, matriks, *fuzzy*, sistem persamaan linier *fuzzy*, dan metode Gauss Seidel.

Bab III Metodologi Penelitian

Bab ini berisi langkah-langkah yang digunakan untuk penyelesaian sistem persamaan linier *fully fuzzy* menggunakan metode Gauss Seidel.

BAB IV Pembahasan

Bab ini berisi tentang hasil yang diperoleh dari penyelesaian sistem persamaan linier *fully fuzzy* menggunakan metode Gauss Seidel.

BAB V Penutup

Berisi tentang saran dan kesimpulan dari pembahasan.

BAB II

LANDASAN TEORI

Untuk mendukung penulis dalam menyelesaikan permasalahan yang akan dibahas, maka teori-teori yang digunakan adalah sebagai berikut:

2.1 Sistem Persamaan Linier (SPL)

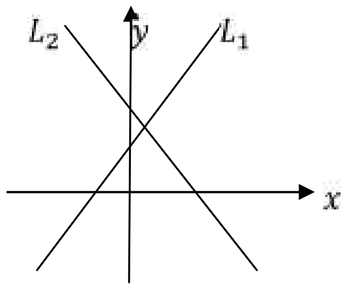
Definisi 2.1 (Marc Lipson, 2006) : SPL adalah sekumpulan persamaan linier dengan variabel-varibel yang tidak diketahui. Secara khusus SPL yang terdiri dari *m* persamaan $L_1, L_2, \cdots, L_m$ dengan *n* variabel tidak diketahui x_1, x_2, … , x_n dapat dinyatakan dalam bentuk

$$\begin{array}{l} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \cdots + a_{1n}x_n = b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \cdots + a_{2n}x_n = b_2 \\ \quad\vdots \qquad\quad \vdots \qquad\quad \vdots \qquad\quad \vdots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \cdots + a_{mn}x_n = b_m \end{array} \qquad (2.1)$$

dengan a_{11}, $a_{12}, \cdots a_{mn}$ dan $b_1 \cdots b_m$ adalah konstanta-konstanta bilangan riil. Sistem persamaan tersebut dapat dituliskan secara singkat dalam bentuk:

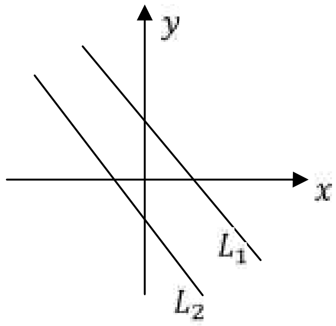
$$\sum_{j=1}^{n} a_{ij}x_j = bi, \text{ untuk } i = 1, 2, \ldots, m. \qquad (2.2)$$

Menyelesaikan suatu sistem persamaan linier adalah mencari nilai variabel-variabel yang memenuhi sistem persamaan linier tersebut. Sistem persamaan linier dikatakan konsisten jika memiliki satu atau banyak solusi sedangkan tidak konsisten jika tidak mempunyai solusi penyelesaian. Sehingga secara geometri solusi umum sistem persamaan linier dapat digambarkan sebagai berikut:



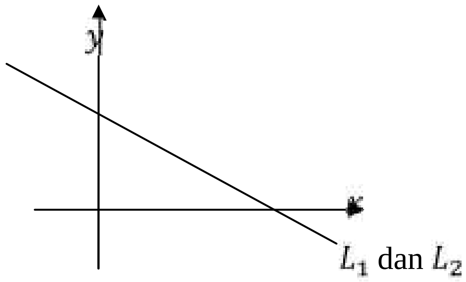
Gambar 2.1 Sistem Persamaan Linier Satu Solusi

Gambar 2.1 menunjukan bahwa sistem persamaan linier tersebut memiliki tepat satu solusi karena kedua garis berpotongan di satu titik. Ini terjadi jika garis-garis memiliki kemiringan yang berbeda atau jika koofisien dari x dan y tidak sebanding.



Gambar 2.2 Sistem Persamaan Linier Tidak Memiliki Solusi

Gambar 2.2 menunjukan sistem persamaan linier tersebut tidak memiliki solusi karena kedua garis saling sejajar di satu titik. Ini terjadi jika garis-garis memiliki kemiringan yang sama tetapi dengan titik potong pada sumbu y yang berbeda.



Gambar 2.3 Sistem Persamaan Linier Banyak Solusi

Gambar 2.3 menunjukan sistem persamaan linier tersebut memilki banyak solusi karena kedua garis berhimpitan. Ini terjadi jika garis memiliki kemiringan yang sama dan titik potong pada sumbu y yang sama.

2.2 Matriks

Matriks banyak digunakan dalam ilmu matematika. Matriks merupakan susunan segi empat siku-siku dari bilangan-bilangan. Bilangan-bilangan dalam susunan tersebut disebut entri dari matriks. Suatu matriks dinotasikan dengan huruf kapital dan mempunyai ukuran yang disebut ordo. Ordo suatu matriks adalah bilangan yang menunjukkan banyaknya baris dan banyaknya kolom. Notasi yang digunakan berdasarkan SPL adalah $Ax = b$ atau

$$\begin{matrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{matrix} \quad \begin{matrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{matrix} = \begin{matrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_m \end{matrix} \qquad (2.3)$$

Sehingga dapat ditulis kedalam bentuk

$$\begin{matrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} & b_1 \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} & b_2 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \cdots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} & b_m \end{matrix} \qquad (2.4)$$

Dalam matriks dikenal juga istilah matriks bujursangkar yang didefinisikan sebagai berikut:

Definisi 2.2 (Marc Lipson, 2006) : Matriks bujursangkar adalah matriks yang mempunyai baris dan kolom yang sama banyak. Matriks bujursangkar $n \times n$ dikatakan matriks dengan ordo n dan kadang kala disebut sebagai matriks bujursangkar - n.

Matriks bujur sangkar mempunyai tipe khusus diantaranya adalah sebagai berikut:

Definisi 2.3 (Marc Lipson, 2006) : Matriks bujursangkar $A = a_{ij}$ adalah matriks segitiga atas (*upper triangular*) jika seluruh entri yang berada di bawah diagonal utamanya sama dengan nol.

$$\begin{matrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ 0 & a_{22} & a_{23} & a_{24} \\ 0 & 0 & a_{33} & a_{34} \\ 0 & 0 & 0 & a_{44} \end{matrix}$$

Definisi 2.4 (Marc Lipson, 2006) : Matriks segitiga bawah (*lower triangular*) adalah matriks bujursangkar yang entri-entri di atas diagonal utama seluruhnya nol.

$$\begin{matrix} a_{11} & 0 & 0 & 0 \\ a_{21} & a_{22} & 0 & 0 \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & 0 \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} \end{matrix}$$

2.3 Fuzzy

Fuzzy pertama kali dikembangkan oleh Lothfi A. Zadeh, seorang ilmuwan Amerika Serikat pada Tahun 1965. Fuzzy umumnya diterapkan pada masalah-masalah yang mengandung unsur ketidakpastian. Fuzzy secara bahasa diartikan sebagai kabur atau samar-samar. Derajat keanggotaan fuzzy memiliki rentang nilai nol hingga satu, berbeda dengan himpunan tegas yang memiliki nilai 1 atau 0 (ya atau tidak).

Anjeli Garg dan S.R Singh mendefinisikan sebuah bilangan *fuzzy* $\tilde{u}$ sebagai pasangan fungsi $\underline{u}, \overline{u}$ yang memenuhi sifat sebagai berikut:

1. Fungsi $\underline{u}$ monoton naik, terbatas dan kontinu kiri pada [0,1]
2. Fungsi $\overline{u}$ monoton turun, terbatas dan kontinu kanan pada 0,1
3. $\underline{u}(r) \leq \overline{u}(r)$ untuk setiap r dalam 0,1

Dalam *fuzzy* dikenal juga istilah himpunan yang biasanya disebut himpunan *fuzzy* yang didefinisikan sebagai berikut:

Definisi 2.5 (Zadeh , 1965) : Misalkan X adalah suatu himpunan semesta, kemudian himpunan bagian *fuzzy* U dari X adalah himpunan bagian dari X yang keanggotaannya didefinisikan melalui fungsi keanggotaan sebagai berikut:

$$\mu_{\tilde{u}}\ x : X \rightarrow \ 0,1$$

Berdasarkan definisi tersebut maka himpunan *fuzzy* $\widetilde{U}$ dalam himpunan semesta x, ditulis dalam bentuk:

$$\widetilde{U} = \ (x, \mu_{\tilde{u}}\ x\ ) |\ x \in X$$

dengan $(x, \mu_{\tilde{u}}\ x$ menyatakan elemen x yang mempunyai derajat keanggotaan $\mu_{\tilde{u}}\ x$.

Himpunan fuzzy $\tilde{u}$ dikatakan positif jika fungsi $\mu_{\tilde{u}}(x)$ memenuhi $\mu_{\tilde{u}}\ x = 0, \forall\, x \geq 0$. Himpunan bilangan *fuzzy* dinamakan bilangan fuzzy segitiga jika fungsi anggotanya sebagai berikut:

$$\mu_{\tilde{a}}\ x = \begin{cases} 1 - \frac{m-x}{\alpha} & untuk\ m - \alpha < x \leq m\ dan\ \alpha > 0 \\ 1 - \frac{(x-m)}{\beta} & untuk\ m \leq x < m + \beta\ dan\ \beta > 0 \\ 0 & untuk\ x \leq m - \alpha\ atau\ x \geq m + \beta \end{cases} \quad (2.5)$$

2.4 Sistem Persamaan Linier *Fuzzy*

Sistem persamaan linier *fuzzy* merupakan sebuah sistem persamaan linier berparameter *fuzzy* yang berada pada interval tertentu. Bentuk umum sistem persamaan linier *fuzzy* adalah sebagai berikut:

$$
\begin{aligned}
&(a_{11} \otimes \tilde{x}_1) \oplus (a_{12} \otimes \tilde{x}_2) \oplus \dots \oplus (a_{1n} \otimes \tilde{x}_n) = \tilde{b}_1 \\
&(a_{21} \otimes \tilde{x}_1) \oplus (a_{22} \otimes \tilde{x}_2) \oplus \dots \oplus (a_{2n} \otimes \tilde{x}_n) = \tilde{b}_2 \\
&\qquad \vdots \qquad\qquad\quad \vdots \qquad\qquad \vdots \\
&(a_{n1} \otimes \tilde{x}_1) \oplus (a_{n2} \otimes \tilde{x}_2) \oplus \dots \oplus (a_{nn} \otimes \tilde{x}_n) = \tilde{b}_n
\end{aligned} \tag{2.6}
$$

dengan a_{ij} adalah konstanta dan $\tilde{x}_j$ variabel yang belum diketahui dan $\tilde{y}_i$ adalah *fuzzy*. Bentuk persamaan (2.6) dapat dibentuk persamaan matriks sebagai berikut:

$$
A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nn} \end{bmatrix} \quad \tilde{X} = \begin{bmatrix} \tilde{x}_1 \\ \vdots \\ \tilde{x}_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (\underline{x}_1(r), \overline{x}_1(r)) \\ \vdots \\ (\underline{x}_n(r), \overline{x}_n(r)) \end{bmatrix}
$$

$$
\text{dan} \quad \tilde{B} = \begin{bmatrix} \tilde{b}_1 \\ \vdots \\ \tilde{b}_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (\underline{b}_1(r), \overline{b}_1(r)) \\ \vdots \\ (\underline{b}_n(r), \overline{b}_n(r)) \end{bmatrix} \tag{2.7}
$$

dengan matriks koofisien $A = (a_{ij})$, untuk $i, j = 1,2,\dots,n$, $\tilde{x}$ adalah vektor bilangan *fuzzy* berukuran $n \times 1$ dengan $\tilde{x}_i = (\underline{x}_1(r), \overline{x}_1(r))$, $r = [0,1]$ dan $\tilde{b}_i = (\underline{b}_i(r), \overline{b}_i(r))$ untuk $i = 1,2,\dots,n$ adalah vektor bilangan *fuzzy*.

Suatu vektor bilangaan fuzzy mempunyai solusi penyelesaian yang didefinisikan sebagai berikut:

Definisi 2.6 (Allahviranloo, 2006): Suatu vektor bilangan *fuzzy* $(x_1, x_2, \cdots, x_n)^T$ dengan diberikan $x_i = (\underline{x}_i(r), \overline{x}_i(r))$ untuk $i = 1, 2, \cdots, n$ dan $r = [0, 1]$ disebut penyelesaian sistem persamaan linier *fuzzy* jika memenuhi :

$$
\begin{aligned}
\underline{\textstyle\sum_{j=1}^{n} a_{ij}x_j} &= \textstyle\sum_{j=1}^{n} \underline{a_{ij}x_j} = \underline{y_i} \\
\overline{\textstyle\sum_{j=1}^{n} a_{ij}x_j} &= \textstyle\sum_{j=1}^{n} \overline{a_{ij}x_j} = \overline{y_i}
\end{aligned} \tag{2.8}
$$

Untuk sebarang persamaan $\underline{y}_i$ dan $\overline{y}_i$ merupakan kombinasi linear dari $\underline{x}_j$ dan $\overline{x}_j$. Akibatnya, untuk mencari penyelesaian dari sistem persamaan linier (2.8), maka langkah awal yang harus dilakukan adalah mengubah koefisien matriks A

yang berukuran $n \times n$ menjadi koefisien matriks yang berukuran $2n \times 2n$ dengan kolom sebelah kanan merupakan vektor $(\underline{y}_1, \underline{y}_2, \cdots, \underline{y}_n, \overline{y}_1, \overline{y}_2, \cdots, \overline{y}_n)^T$.

Persamaan (2.8) dengan $(\underline{x}_1, \cdots, \underline{x}_n, \overline{x}_1, \cdots, \overline{x}_n)^T$ untuk $i = 1, 2, \cdots, n$ adalah variabel yang tidak diketahui dan $(\underline{y}_1, \cdots, \underline{y}_n, \overline{y}_1, \cdots, \overline{y}_n)^T$ adalah ruas sebelah kanan, sehingga diperoleh sistem persamaan linier *fuzzy* yang baru yaitu :

$$\begin{array}{ccccccccc}
S_{11}\underline{x}_1 & + \cdots + & S_{1n}\underline{x}_n & + & S_{1,n+1}\,\overline{x}_2 & + \cdots + & S_{1,2n}\,\overline{x}_n & = & \underline{y}_1 \\
\vdots & & \vdots & & \vdots & & \vdots & & \vdots \\
S_{n1}\underline{x}_1 & + \cdots + & S_{nn}\underline{x}_n & + & S_{n,n+1}\,\overline{x}_2 & + \cdots + & S_{n,2n}\,\overline{x}_n & = & \underline{y}_n \\
S_{n+1,1}\underline{x}_1 & + \cdots + & S_{n+1,n}\underline{x}_n & + & S_{n+1,n+1}\,\overline{x}_2 & + \cdots + & S_{n+1,2n}\,\overline{x}_n & = & \overline{y}_1 \\
\vdots & & \vdots & & \vdots & & \vdots & & \vdots \\
S_{2n,1} & + \cdots + & S_{2n,n} & + & S_{2n,n+1}\,\overline{x}_2 & + \cdots + & S_{2n,2n}\,\overline{x}_n & = & \overline{y}_n
\end{array} \qquad (2.9)$$

Jika pada persamaan (2.8) matriks koefisien berbentuk $A = (a_{ij})$ untuk $i, j = 1, 2, \cdots, n$, maka untuk menentukan entri S_{ij} ditentukan dengan ketentuan sebagai berikut :

a) Jika $a_{ij} \geq 0$ maka $b_{ij} = a_{ij}$ dan $b_{i+n,j+n} = a_{ij}$

b) Jika $a_{ij} < 0$ maka $b_{i,j+n} = -a_{i,j}$ dan $b_{i+n,j} = -a_{ij}$

c) $b_{ij} = 0$ untuk yang lain

Selanjutnya persamaan (2.9) dapat ditulis dalam bentuk matriks sebagai berikut :

$SX = Y$

Atau

$$\begin{pmatrix} S_1 & S_2 \\ S_2 & S_1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \underline{X} \\ X \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \underline{Y} \\ Y \end{pmatrix} \qquad (2.10)$$

dengan

$$\underline{X} = \begin{pmatrix} \underline{x}_1(r) \\ \vdots \\ \underline{x}_n(r) \end{pmatrix}, \quad \overline{X} = \begin{pmatrix} \overline{x}_1(r) \\ \vdots \\ \overline{x}_n(r) \end{pmatrix}, \quad \underline{Y} = \begin{pmatrix} \underline{y}_1(r) \\ \vdots \\ \underline{y}_n(r) \end{pmatrix}, \quad \overline{Y} = \begin{pmatrix} \overline{y}_1(r) \\ \vdots \\ \overline{y}_n(r) \end{pmatrix}$$

Sistem persamaan linier *fuzzy* mempunyai solusi tunggal jika matriks koefisien S nonsingular dan matriks koefisien A pada persamaan (2.5) adalah matriks persegi $n \times n$ dan nonsingular.

Misalkan $X = (\underline{x}_i(r), \overline{x}_i(r))$ untuk $i = 1, 2, \cdots, n$ adalah penyelesaian tunggal dari $SX = Y$. Jika $(\underline{y}_i(r), \overline{y}_i(r))$ merupakan fungsi linier pada r, maka ruang vektor bilangan *fuzzy* adalah $u = (\underline{u}_i(r), \overline{u}_i(r)), i = 1, 2, \cdots, n$ didefinisikan oleh :

$$\underline{u}_i(r) = min\{\underline{x}_i(r), \overline{x}_i(r), \underline{x}_i(1)\}$$
$$\overline{u}_i(r) = maks\{\underline{x}_i(r), \overline{x}_i(r), \underline{x}_i(1)\}$$

disebut solusi *fuzzy* dari $SX = Y$. Jika $(\underline{x}_i(r), \overline{x}_i(r))$ untuk $i = 1, 2, \cdots, n$ adalah semua bilangan *fuzzy* dan kemudian $\overline{u}_i = \overline{x}_i$, $\underline{u}_i = \underline{x}_i$, maka u disebut penyelesaian *fuzzy* kuat (*strong fuzzy solution*). Selain dari itu, u disebut penyelesaian *fuzzy* lemah (*weak fuzzy solution*).

Berikut ini akan diberikan sebuah contoh sistem persamaan linier *fuzzy*.

Contoh 2.1:

Di berikan sistem persamaan linier *fuzzy*

$$x_1 - x_2 = v_1$$
$$x_1 + 3x_2 = v_2$$

Penyelesaian :

Untuk menyelesaikan sistem persamaan linier *fuzzy* diatas maka langkah pertama yang dilakukan adalah membentuk matriks A yaitu sebagai berikut:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$$

Selanjutnya matriks A tersebut dapat diubah bentuknya menjadi matriks S berdasarkan ketentuan (2.9) sehingga diperoleh matriks sebagai berikut :

$$S = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & -1 \\ 1 & 3 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 3 \end{pmatrix}$$

Setelah didapat matriks S maka sistem persamaan linier di atas dapat diubah berdasarkan persamaan 2.10 sebagai berikut:

$$\underline{x}_1 - \quad \overline{x}_2 = \underline{v}_1$$
$$\underline{x}_1 + 3\underline{x}_2 = \underline{v}_2$$
$$-\underline{x}_2 + \overline{x}_1 = \overline{v}_1$$
$$\overline{x}_1 + 3\overline{x}_2 = \overline{v}_2$$

2.5 Metode Gauss Seidel

Metode Gauss-Seidel digunakan untuk menyelesaikan sistem persamaan linear (SPL) berukuran besar. Proses dalam Gauss Seidel dilakukan dengan cara berulang-ulang atau yang biasanya disebut dengan iterasi. Sehingga metode Gauss Seidel dapat kita definisikan sebagai berikut:

Definisi 2.7 (Ruminta, 2009) : Proses rekursi berulang-ulang untuk mendekati bilangan yang tidak diketahui (x). Sebagai titik awal pada proses rekursi diperlukan nilai awal dan biasanya $x_0 = 0$. Proses selanjutnya kita gunakan nilai yang sudah diketahui pada tahap sebelumnya untuk mendapatkan nilai pada tahap berikutnya. Proses tersebut berulang hingga diperoleh nilai x yang sesungguhnya atau berhenti jika toleransi kesalahan tertentu telah dicapai.

Tahap iterasi metode gauss seidel yaitu:

$$\begin{aligned} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \cdots + a_{1n}x_n &= b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \cdots + a_{2n}x_n &= b_2 \\ \vdots \qquad \vdots \qquad \vdots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \cdots + a_{mn}x_n &= b_m \end{aligned} \tag{2.11}$$

Selanjutnya sistem persamaan linier (2.11) dibentuk menjadi rumus yang dapat digunakan untuk memperoleh nilai x pada sistem persamaan linier tersebut. Rumus tersebut dibentuk dengan caranya sebagai berikut:

$$x_1 = \frac{b_1 - a_{12}x_2 - \cdots - a_{1n}x_n}{a_{11}}$$

$$x_2 = \frac{b_2 - a_{21}x_1 - \cdots - a_{2n}x_n}{a_{22}}$$

$$\vdots \quad \vdots \quad \vdots \quad \vdots$$

$$x_n = \frac{b_m - a_{m1}x_1 - \cdots - a_{m(n-1)}x_n}{a_{mn}} \tag{2.12}$$

Proses iterasi Gauss seidel memerlukan nilai awal. Nilai awal pada iterasi Gauss Seidel biasanya $x^0 = 0$ yaitu $x_1, x_2, \cdots, x_n = (0,0, \ldots, 0)$. Sehingga secara umum tahapan pada iterasi Gauss Seidel adalah sebagai berikut:

$$x_i^{(k)} = \frac{-\sum_{j=1}^{i-1} a_{ij}x_j^{(k)} - \sum_{j=i+1}^{n} a_{ij}x_j^{(k-1)} + b_i}{a_{ii}} \tag{2.13}$$

BAB III
METODOLOGI PENELITIAN

Metode yang digunakan dalam penulisan tugas akhir adalah studi literatur, dengan mempelajari referensi yang berhubungan dengan permasalahan yang akan dibahas dalam penelitian ini. Adapun langkah-langkah yang dilakukan dalam penelitian tugas akhir ini adalah sebagai berikut :

1. Menentukan bentuk sistem persamaan linear *fully fuzzy* dengan 3 persamaan dan 3 variabel.
2. Selanjutnya mengubah bentuk persamaan ke dalam matriks $\tilde{A} = (A, M, N)$ dan $\tilde{b} = (b, g, \;)$.
3. Mengubah matriks ke dalam bentuk persamaan linier *fully fuzzy* yaitu sebagai berikut:

   $Ax = b$

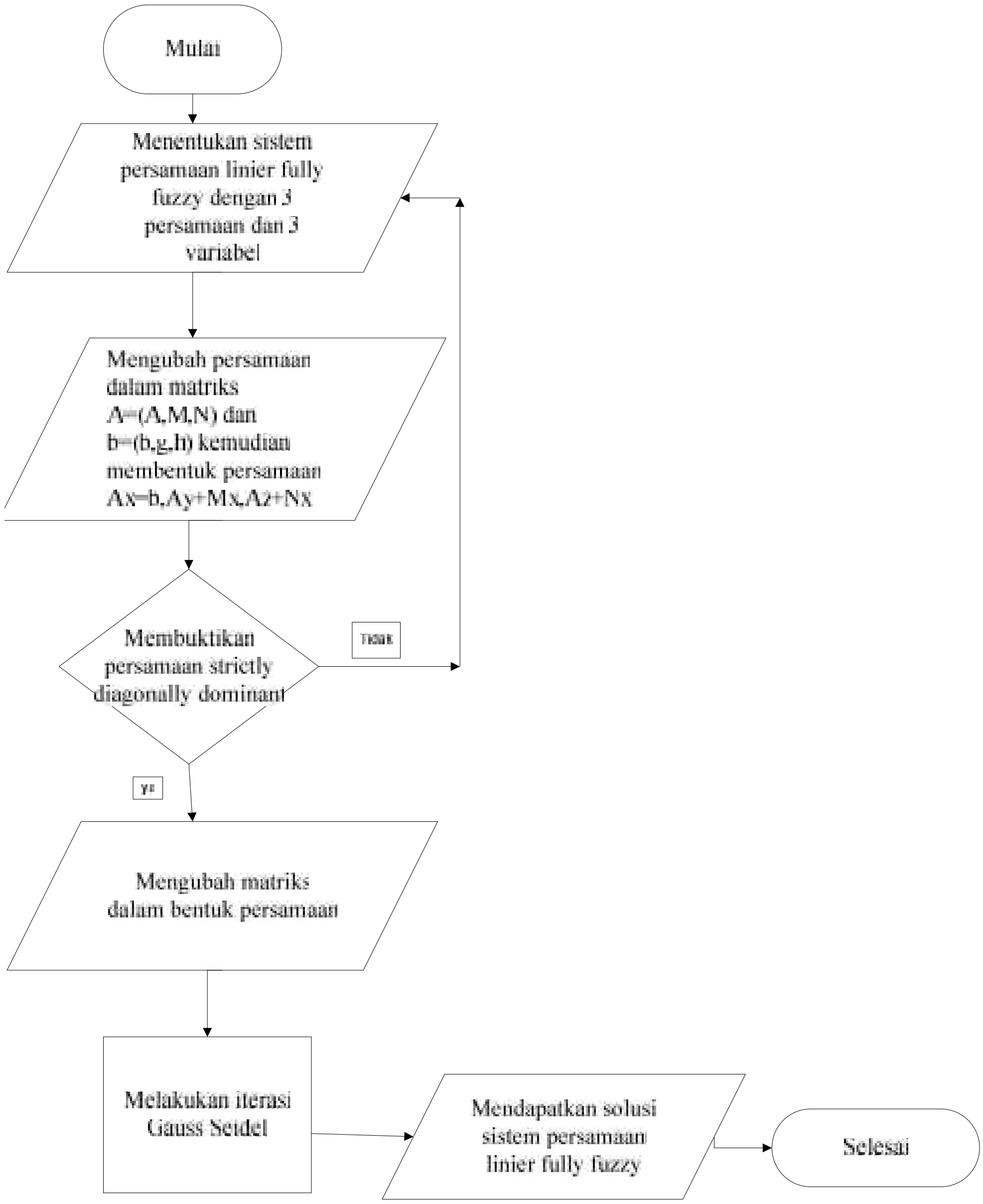
   $Ay + Mx = g$

   $Az + Nx =$
4. Cek persamaan tersebut *strictly diagonally dominant* atau tidak. Jika belum *strictly diagonally dominant* maka lakukan pertukaran baris persamaan tersebut.
5. Mengubah persamaan dalam bentuk $x_1, x_2, x_3, y_1, y_2, y_3, z_1, z_2, z_3$. Kemudian melakukan proses iterasi dengan menggunakan nilai awal dan dengan bantuan *software* Maple.

   Iterasi Gauss Seidel berhenti jika toleransi kesalahan tertentu telah dicapai

   $$\frac{\tilde{x}_i^{(j)} \square \tilde{x}_i^{(j-i)}}{\tilde{x}_i^{(j)}}$$
6. Selanjutnya diperoleh solusi untuk sistem persamaan linier *fully fuzzy*.

Langkah-langkah dalam melakukan penelitian ini dapat digambarkan dalam *flowchart* sebagai berikut:



Gambar 3.1 *Flowchart* Metodologi Penelitian

BAB IV

PEMBAHASAN DAN HASIL

Pada bagian ini akan dibahas mengenai penyelesaian persoalan sistem persamaan linier *fully fuzzy* menggunakan metode Gauss Seidel. Proses penyelesaian persoalan ini dilakukan dengan proses yang berulang-ulang yang biasanya disebut iterasi, hingga diperoleh nilai yang sesungguhnya. Untuk lebih memahami proses penyelesaiannya maka terlebih dahulu kita akan membahas mengenai sistem persamaan linier *fully fuzzy* tersebut sebagai berikut.

4.1 Sistem Persamaan Linier *Fully Fuzzy*

Sistem persamaan linier *fully fuzzy* merupakan sebuah sistem persamaan linier yang semua parameternya dalam bentuk *fuzzy*. Bentuk umum dari sistem persamaan linier *fully fuzzy* adalah sebagai berikut:

$$\widetilde{A} \otimes \tilde{x} = \bar{b} \tag{4.1}$$

Model sistem persamaan linier fully fuzzy dijelaskan sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
&(\tilde{a}_{11} \otimes \tilde{x}_1) \oplus (\tilde{a}_{12} \otimes \tilde{x}_2) \oplus \dots \oplus (\tilde{a}_{1n} \otimes \tilde{x}_n) = \tilde{b}_1 \\
&(\tilde{a}_{21} \otimes \tilde{x}_1) \oplus (\tilde{a}_{22} \otimes \tilde{x}_2) \oplus \dots \oplus (\tilde{a}_{2n} \otimes \tilde{x}_n) = \tilde{b}_2 \\
&\qquad \vdots \qquad\quad \vdots \qquad\qquad\quad \vdots \\
&(\tilde{a}_{n1} \otimes \tilde{x}_1) \oplus (\tilde{a}_{n2} \otimes \tilde{x}_2) \oplus \dots \oplus (\tilde{a}_{nn} \otimes \tilde{x}_n) = \tilde{b}_n
\end{aligned} \tag{4.2}$$

dengan matriks koofisien $\widetilde{A} = (\tilde{a}_{ij})$ adalah sebuah matriks *fuzzy* berukuran $n \times n$ $\tilde{x} = (\tilde{x}_i)$ dan $\bar{b} = (\bar{b}_i)$ adalah vektor *fuzzy* yang masing-masing berukuran $n \times 1$.

Definisi 4.1 (S.H. Nasseri dan F. Zahmatkesh, 2010): Dua bilangan *fuzzy* $\widetilde{m} = (m, \alpha, \beta)$ dan $\tilde{n} = (n, \gamma, \delta)$ dikatakan sama, jika dan hanya jika $m = n, \alpha = \gamma$ dan $\beta = \delta$

Definisi 4.2 (S.H. Nasseri dan F. Zahmatkesh, 2010): Dua bilangan *fuzzy* $\widetilde{m} = (m, \alpha, \beta)$ dan $\tilde{n} = (n, \gamma, \delta)$ jika $\widetilde{m} > 0$ dan $\tilde{n} > 0$, maka:

$$\widetilde{m} \otimes \tilde{n} = m, \alpha, \beta \otimes n, \gamma, \delta \cong (mn, n\alpha + m\gamma, n\beta + m\delta) \tag{4.3}$$

Definisi 4.3 (S.H. Nasseri dan F. Zahmatkesh, 2010): Suatu matriks $\tilde{A} = \ \tilde{a}_{ij}$ dinamakan sebuah matriks *fuzzy*, dimana masing –masing elemen $\tilde{A}$ adalah sebuah bilangan fuzzy. Sehingga dapat kita representasikan bahwa suatu matriks fuzzy $\tilde{A} = \ \tilde{a}_{ij\ \ nxn}$ yang mana $(\tilde{a}_{ij} = (a_{ij}, \alpha_{ij}, \beta_{ij})$ dengan notasi $\tilde{A} = \ A, M, N$, dimana $A = \ a_{ij}$, $M = \ \alpha_{ij}$, dan $N = \ \beta_{ij}$ adalah tiga matriks crisp $n\ x\ n$.

Untuk mendapatkan solusi yang positif pada sistem persamaan linier fully fuzzy $\tilde{A}\,\tilde{x} = \tilde{b}$ dengan $\tilde{A} = \ A, M, N \ > \ 0, \tilde{b} = \ (b, g, h) > \ 0$ dan $\tilde{x} = \ (x, y, z) >$ 0. Sehingga $\ A, M, N \ \otimes \ x, y, z \ = \ (b, g, h)$. Dengan menggunakan persamaan (4.3) maka diperoleh $\ Ax, Ay + \ Mx, Az + \ Nx \ = \ (b, g, h)$. Oleh karena itu dapat disimpulkan bahwa:

$$
\begin{aligned}
&Ax = \ b\\
&Ay + \ Mx = \ g\\
&Az + \ Nx = \ h
\end{aligned} \qquad (4.4)
$$

Sehingga, diasumsikan bahwa A adalah sebuah matriks non singular maka diperoleh solusi sebagai berikut:

$$
\begin{aligned}
&Ax = \ b &&\Rightarrow x = \ A^{-1}b\\
&Ay = \ g - \ Mx &&\Rightarrow y = \ A^{-1} \ g - \ Mx\\
&Az = \ h - \ Nx &&\Rightarrow z = \ A^{-1}(h - \ Nx)
\end{aligned} \qquad (4.5)
$$

Berikut ini diberikan sebuah contoh sistem persamaan linier *fully fuzzy*.

Contoh 4.1:

Diberikan sistem persamaan linier *fully fuzzy*:

$$
\begin{aligned}
5,1,1 \ \otimes \ x_1, y_1, z_1 \ \oplus \ 6,1,2 \ \otimes \ x_2, y_2, z_2 \ = \ 50,10,17\\
7,1,0 \ \otimes \ x_1, y_1, z_1 \ \oplus \ 4,0,1 \ \otimes \ x_2, y_2, z_2 \ = \ 48,5,7
\end{aligned}
$$

Tentukan bentuk sistem persamaan linier *fully fuzzy* baru!

Penyelesaian :

Untuk mendapatkan sistem persamaan linier fully fuzzy yang baru maka langkah-langkah yang perlu dilakukan adalah sebagai berikut:

1. Mengubah sistem persamaan linier di atas dalam bentuk matriks sebagai berikut:

$$A = \begin{matrix} 5 & 6 \\ 7 & 4 \end{matrix} \qquad M = \begin{matrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{matrix} \qquad N = \begin{matrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{matrix}$$

$$b = \begin{matrix} 50 \\ 48 \end{matrix} \qquad g = \begin{matrix} 10 \\ 5 \end{matrix} \qquad \square = \begin{matrix} 17 \\ 7 \end{matrix}$$

2. Berdasarkan persamaan (4.4) maka diperoleh sistem persamaan linier sebagai berikut:

$$5x_1 + 6x_2 = 50 \ dan \ 7x_1 + 4x_2 = 48$$
$$5y_1 + 6y_2 = 1 \ dan \ 7y_1 + 4y_2 = 1$$
$$5z_1 + 6z_2 = 1 \ dan \ 7z_1 + 4z_2 = 1$$

4.2 Penyelesaian Sistem Persamaan Linier *Fully Fuzzy* Menggunakan Metode Gauss Seidel

Untuk menyelesaikan sistem persamaan linier *fully fuzzy* menggunakan metode Gauss Seidel diperlukan langkah-langkah dalam penyelesaiannya sehinggga diperoleh nilai variabel yang memenuhi sistem persamaan linier tersebut. Adapun langkah-langkah yang dilakukan adalah sebagai berikut:

1. Menentukan bentuk sistem persamaan linear *fully fuzzy* dengan 3 persamaan dan 3 variabel.
2. Selanjutnya mengubah bentuk persamaan ke dalam matriks $\tilde{A} = (A, M, N)$ dan $\bar{b} = (b, g, \square)$.
3. Mengubah matriks ke dalam bentuk persamaan linier *fully fuzzy* yaitu sebagai berikut:

$$Ax = b$$
$$Ay + Mx = g$$
$$Az + Nx = \square$$

4. Cek persamaan tersebut *strictly diagonally dominant* atau tidak. Jika belum *strictly diagonally dominant* maka lakukan pertukaran baris persamaan tersebut.

5. Mengubah persamaan dalam bentuk $x_1, x_2, x_3, y_1, y_2, y_3, z_1, z_2, z_3$. Kemudian melakukan proses iterasi dengan menggunakan nilai awal dan menggunakan bantuan *software* Maple.

   Iterasi Gauss Seidel berhenti jika toleransi kesalahan tertentu telah dicapai

   $$\frac{\tilde{x}_i^{(j)} \square \tilde{x}_i^{(j-i)}}{\tilde{x}_i^{(j)}}$$

6. Selanjutnya diperoleh solusi untuk sistem persamaan linier *fully fuzzy*.

Berikut ini contoh untuk menyelesaikan sistem persamaan linier *fully fuzzy* 3 persamaan dan 3 variabel menggunakan metode Gauss Seidel.

Contoh 4.2 (S.H Nasseri dan F. Zahmatkesh, 2010)

Diberikan sistem persamaan linier *fully fuzzy* sebagai berikut:

$(19,1,1) \square\ x_1, y_1, z_1\ \square (12,1.5,1.5) \square\ x_2, y_2, z_2\ \square (6,0.5,0.2) \square\ x_2, y_2, z_2$ = (1897,427.7,536.2)

$(2,0.1,0.1) \square\ x_1, y_1, z_1\ \square (4,0.1,0.4)\ \square\ x_2, y_2, z_2\ \square (1.5,0.2,0.2)\ \square\ x_2, y_2, z_2$ = (434.5,76.2,109.3)

$(2,0.1,0.2) \square\ x_1, y_1, z_1\ \square (2,0.1,0.3) \square\ x_2, y_2, z_2\ \square (4.5,0.1,0.1)\ \square\ x_2, y_2, z_2$ = (535.5,88.3,131.9) (4.6)

Penyelesaian :

Langkah- langkah untuk menyelesaikan sistem persamaan linier *fully fuzzy* di atas adalah sebagai berikut:

1. Mengubah bentuk persamaan ke dalam matriks $\tilde{A} = (A, M, N)$ dan $\bar{b} = (b, g, \square)$ yaitu sebagai berikut:

$$A = \begin{matrix} 19 & 12 & 6 \\ 2 & 4 & 1.5 \\ 2 & 2 & 4.5 \end{matrix} \qquad M = \begin{matrix} 1 & 1.5 & 0.5 \\ 0.1 & 0.1 & 0.2 \\ 0.1 & 0.1 & 0.1 \end{matrix} \qquad N = \begin{matrix} 1 & 1.5 & 0.2 \\ 0.1 & 0.4 & 0.2 \\ 0.2 & 0.3 & 0.1 \end{matrix}$$

$$b = \begin{matrix} 1897 \\ 434.5 \\ 535.5 \end{matrix} \qquad g = \begin{matrix} 427.7 \\ 76.2 \\ 88.3 \end{matrix} \qquad \square = \begin{matrix} 536.2 \\ 109.3 \\ 131.9 \end{matrix}$$

2. Selanjutnya setelah merubah ke dalam matriks, kita merubah matriks tersebut ke dalam bentuk persamaan linier *fully fuzzy* (persamaan 4.4) sebagai berikut:

$$\begin{aligned} &19x_1 + 12x_2 + 6x_3 = 1897 \\ &2x_1 + 4x_2 + 1.5x_3 = 434.5 \\ &2x_1 + 2x_2 + 4.5x_3 = 535.5 \end{aligned} \tag{4.7}$$

$$\begin{aligned} &x_1 + 1.5x_2 + 0.5x_3 + 19y_1 + 12y_2 + 6y_3 = 427.7 \\ &0.1\,x_1 + 0.1x_2 + 0.2x_3 + 2y_1 + 4y_2 + 1.5y_3 = 76.2 \\ &0.1\,x_1 + 0.1x_2 + 0.1x_3 + 2y_1 + 2y_2 + 4.5y_3 = 88.3 \end{aligned} \tag{4.8}$$

$$\begin{aligned} &19z_1 + 12z_2 + 6z_3 + x_1 + 1.5x_2 + 0.2x_3 = 536.2 \\ &2\,z_1 + 4z_2 + 1.5z_3 + 0.1x_1 + 0.4x_2 + 0.2x_3 = 109.3 \\ &2\,z_1 + 2z_2 + 4.5z_3 + 0.2x_1 + 0.3x_2 + 0.1x_3 = 131.9 \end{aligned} \tag{4.9}$$

3. Berdasarkan persamaan (4.7), untuk mendapatkan nilai x_1, x_2 dan x_3 terlebih dahulu kita harus membuktikan bahwa persamaan tersebut *strictly diagonally dominant* dengan cara sebagai berikut:

$$|a_{11}| \geq |a_{12}| + |a_{13}| \rightarrow |19| \geq |12| + |6| = 19 \geq 18$$

$$|a_{22}| \geq |a_{21}| + |a_{23}| \rightarrow |4| \geq |2| + |1.5| = 4 \geq 3.5$$

$$|a_{33}| \geq |a_{31}| + |a_{32}| \rightarrow |4.5| \geq |2| + |2| = 4.5 \geq 4$$

Semua persamaan terbukti *strictly diagonally dominant* karena semua nilai pada diagonal utamanya bernilai lebih besar, sehingga penyelesaian menggunakan gauss seidel dapat dilanjutkan. Sehingga diperoleh rumus sebagai berikut:

$$x_1 = \frac{1}{19}(1897 - 12x_2 - 6x_3)$$

$$x_2 = \frac{1}{4}(434.5 - 2x_1 - 1.5x_3)$$

$$x_3 = \frac{1}{4.5}(535.5 - 2x_1 - 2x_2)$$

4. Selanjutnya proses iterasi Gauss Seidel dapat dilakukan dengan nilai awal $0, 0, 0$ sehingga tahapan iterasinya sebagai berikut:

Iterasi pertama

$$x_1^{1} = \frac{1}{19}(1897 - 12x_2^{0} - 6x_3^{0})$$

$$= \frac{1}{19}(1897 - 12(0) - 6(0))$$

$$= \frac{1}{19}(1897) = 99.8421$$

$$x_2^{1} = \frac{1}{4}(434.5 - 2x_1^{(1)} - 1.5x_3^{0})$$

$$= \frac{1}{4}(434.5 - 2(99.8421) - 1.5(0))$$

$$= \frac{1}{4}(434.5 - 199.6842 - 0)$$

$$= \frac{1}{4}(234.8158) = 58.7039$$

$$x_3^{1} = \frac{1}{4.5}(535.5 - 2x_1^{(1)} - 2x_2^{(1)})$$

$$= \frac{1}{4.5}(535.5 - 2(99.8421) - 2(58.7039))$$

$$= \frac{1}{4.5}(535.5 - 199.6842 - 117.4078)$$

$$= \frac{1}{4.5}(218.408) = 48.5351$$

Iterasi kedua

$$x_1^{2} = \frac{1}{19}(1897 - 12x_2^{(1)} - 6x_3^{(1)})$$

$$= \frac{1}{19}(1897 - 12(58.7039) - 6(48.5351))$$

$$= \frac{1}{19}(1897 - 704.4468 - 291.2106)$$

$$= \frac{1}{19}(901.3426) = 47.4390$$

$$x_2^{2} = \frac{1}{4}(434.5 - 2x_1^{(2)} - 1.5x_3^{(1)})$$

$$= \frac{1}{4}(434.5 - 2(47.4390) - 1.5(48.5351))$$

$$= \frac{1}{4}(434.5 - 94.878 - 72.8026)$$

$$= \frac{1}{4}(266.8194) = 66.7048$$

$x_3^{\ 2} = \frac{1}{4.5}(535.5 - 2x_1^{(2)} - 2x_2^{(2)})$

$= \frac{1}{4.5}(535.5 – 2(47.4390) – 2(66.7048))$

$= \frac{1}{4.5}(535.5 – 94.878 – 133.4096)$

$= \frac{1}{4.5}(307.2124) = 68.2694$

5. Proses iterasi tersebut dilakukan begitu seterusnya hingga iterasi ke 10 (lampiran A-1) sehingga diperoleh nilai x_1 = 37.0021, x_2 = 61.9987, x_3 = 74.9996. Sehingga diperoleh nilai eksaknya yaitu **x_1 = 37, x_2 = 62, x_3 = 75.**

Untuk mendapatkan nilai y_1, y_2 dan y_3 terlebih dahulu sudah kita subtitusikan nilai x_1, x_2 dan x_3 tersebut ke dalam persamaan (4.8) sehingga diperoleh persamaan baru sebagai berikut:

$19y_1 + 12y_2 + 6y_3 = 260.2$

$2y_1 + 4y_2 + 1.5y_3 = 51.3$

$2y_1 + 2y_2 + 4.5y_3 = 70.9$

Selanjutnya kita buktikan persamaan tersebut *strictly diagonally dominant* dengan cara sebagai berikut:

$|a_{11}| \geq |a_{12}| + |a_{13}| \rightarrow |19| \geq |12| + |6| = 19 \geq 18$

$|a_{22}| \geq |a_{21}| + |a_{23}| \rightarrow |4| \geq |2| + |1.5| = 4 \geq 3.5$

$|a_{33}| \geq |a_{31}| + |a_{32}| \rightarrow |4.5| \geq |2| + |2| = 4.5 \geq 4$

Semua persamaan sudah terbukti *strictly diagonally dominant*, sehingga diperoleh:

$y_1 = \frac{1}{19}(260.2 - 12y_2 - 6y_3)$

$y_2 = \frac{1}{4}(51.3 - 2y_1 – 1.5y_3)$

$y_3 = \frac{1}{4.5}(70.9 - 2y_1 - 2y_2)$

Untuk melakukan proses iterasi kita gunakan nilai awal $0, 0, 0$, maka proses iterasinya sebagai berikut:

Iterasi pertama

$y_1^{\ 1} = \frac{1}{19}(260.2 - 12y_2^{\ 0} - 6y_3^{\ 0})$

$= \frac{1}{19}(260.2 – 12(0) – 6(0))$

$= \frac{1}{19}(260.2) = 13.6947$

$y_2^{\ 1} = \frac{1}{4}(51.3 - 2y_1^{(1)} - 1.5y_3^{0})$

$= \frac{1}{4}(51.3 - 2(13.6947) - 1.5(0))$

$= \frac{1}{4}(51.3 - 27.3894 - 0)$

$= \frac{1}{4}(23.9106) = 5.9776$

$y_3^{\ 1} = \frac{1}{4.5}(70.9 - 2y_1^{(1)} - 2y_2^{(1)})$

$= \frac{1}{4.5}(70.9 - 2(13.6947) - 2(5.9776))$

$= \frac{1}{4.5}(70.9 - 27.38 - 6(0))$

$= \frac{1}{4.5}\ 31.5554 = 7.0123$

Iterasi kedua

$y_1^{\ 2} = \frac{1}{19}(260.2 - 12y_2^{(1)} - 6y_3^{(1)})$

$= \frac{1}{19}(260.2 - 12(5.9776) - 6(7.0123))$

$= \frac{1}{19}(146.395) = 7.705$

$y_2^{\ 2} = \frac{1}{4}(51.3 - 2y_1^{(2)} - 1.5y_3^{(1)})$

$= \frac{1}{4}(51.3 - 2(7.705) - 1.5(7.0123))$

$= \frac{1}{4}(51.3 - 15.41 - 10.5184)$

$= \frac{1}{4}(25.3716) = 6.3429$

$y_3^{\ 2} = \frac{1}{4.5}(70.9 - 2y_1^{(2)} - 2y_2^{(2)})$

$= \frac{1}{4.5}(70.9 - 2(7.705) - 2(6.3429))$

$= \frac{1}{4.5}(70.9 - 15.41 - 12.6858)$

$= \frac{1}{4.5}(42.8042) = 9.5120$

Iterasi ketiga

$$y_1^{\ 3} = \frac{1}{19}(260.2 - 12y_2^{(2)} - 6y_3^{(2)})$$

$$= \frac{1}{19}(260.2 - 12(6.3429) - 6(9.5120))$$

$$= \frac{1}{19}(127.0132) = 6.68490$$

$$y_2^{\ 3} = \frac{1}{4}(51.3 - 2y_1^{(3)} - 1.5y_3^{(2)})$$

$$= \frac{1}{4}(51.3 - 13.3698 - 14.268)$$

$$= \frac{1}{4}(23.6622) = 5.9155$$

$$y_3^{\ 3} = \frac{1}{4.5}(70.9 - 2y_1^{(3)} - 2y_2^{(3)})$$

$$= \frac{1}{4.5}(70.9 - 2(6.68490) - 2(5.9155))$$

$$= \frac{1}{4.5}(70.9 - 13.3698 - 11.831)$$

$$= \frac{1}{4.5}(45.6992) = 10.1553$$

Proses iterasi tersebut dapat dilakukan hingga iterasi ke-10 (lampiran A-2) sehingga diperoleh nilai y_1 = 7.00029, y_2 = 5.49987, y_3 = 10.1998. Sehingga diperoleh di nilai eksaknya yaitu **y_1 = 7, y_2 = 5.5, y_3 = 10.2.**

Untuk mendapatkan nilai z_1, z_2, z_3 prosesnya sama dengan untuk mendapatkan nilai y_1, y_2, y_3. Terlebih dahulu kita subtitusikan nilai x_1, x_2, x_3 dan ke dalam persamaan (4.9) sehingga diperoleh:

$$19z_1 + 12z_2 + 6z_3 = 536.2$$

$$2z_1 + 4z_2 + 1.5z_3 = 109.3$$

$$2z_1 + 2z_2 + 4.5z_3 = 131.9$$

Selanjutnya kita buktikan persamaan tersebut *strictly diagonally dominant* dengan sebagai berikut:

$$|a_{11}| \geq |a_{12}| + |a_{13}| \rightarrow |19| \geq |12| + |6| = 19 \geq 18$$

$$|a_{22}| \geq |a_{21}| + |a_{23}| \rightarrow |4| \geq |2| + |1.5| = 4 \geq 3.5$$

$$|a_{33}| \geq |a_{31}| + |a_{32}| \rightarrow |4.5| \geq |2| + |2| = 4.5 \geq 4$$

Semua persamaan sudah terbukti *strictly diagonally dominant*, sehingga diperoleh:

$z_1 = \frac{1}{19}(391.2 - 12z_1 - 6z_3)$

$z_2 = \frac{1}{4}(65.8 - 2z_1 - 1.5z_3)$

$z_3 = \frac{1}{4.5}(98.4 - 2z_1 - 2z_2)$

Untuk melakukan proses iterasi kita gunakan nilai awal $0, 0, 0$, maka proses iterasinya sebagai berikut:

Iterasi pertama

$z_1^{\ 1} = \frac{1}{19}(391.2 - 12(0) - 6(0))$

$= \frac{1}{19}(391.2) = 20.5895$

$z_2^{\ 1} = \frac{1}{4}(65.8 - 2(20.5895) - 1.5(0))$

$= \frac{1}{4}(65.8 - 41.179 - 0)$

$= \frac{1}{4}(24.621) = 6.1553$

$z_3^{\ 1} = \frac{1}{4.5}(98.4 - 2(20.5895) - 2(6.1553))$

$= \frac{1}{4.5}(98.4 - 41.179 - 12.3106)$

$= \frac{1}{4.5}(44.9104) = 9.9801$

Iterasi kedua

$z_1^{\ 2} = \frac{1}{19}(391.2 - 12(6.1553) - 6(9.9801))$

$= \frac{1}{19}(257.4558) = 13.5503$

$z_2^{\ 2} = \frac{1}{4}(65.8 - 2(13.5503) - 1.5(9.9801))$

$= \frac{1}{4}(65.8 - 27.1006 - 14.9702)$

$= \frac{1}{4}(23.7292) = 5.9323$

$z_3^{\ 2} = \frac{1}{4.5}(98.4 - 2(13.5503) - 2(5.9323))$

$= \frac{1}{4.5}(98.4 - 27.1006 - 11.8646)$

$= \frac{1}{4.5}(59.4348) = 13.2077$

Proses iterasi tersebut dapat dilakukan hingga iterasi ke-13 sehingga diperoleh nilai $\boldsymbol{z_1}$ **= 13.3016,** $\boldsymbol{z_2}$ **= 4.5794,** $\boldsymbol{z_3}$ **= 13.9195.**

Sehingga diperoleh solusi dari persamaaan tersebut adalah sebagai berikut:

x **= (37, 62, 75)**

y **= (7, 5.5, 10.2)**

z **= (13.3016, 4.5794, 13.9195)**

Selanjutnya akan diberikan contoh tentang kasus yang berhubungan dengan persoalan sistem persamaan linier *fully fuzzy* yaitu sebagai berikut:

Contoh 4.3 (P.Senthilkumar and G. Rajendran, 2011)

Sebuah perusahaan pabrik omega memutuskan untuk memproduksi tiga macam produk yang diberi label Produk 1, Produk 2 dan Produk 3. Kapasitas mesin yang tersedia dengan batas kemampuan yang dihasilkan dirincikan sebagai berikut.

Tabel 4.1 Kapasitas Mesin yang Tersedia

Tipe Mesin	Waktu yang tersedia (Jam mesin per bulan)
Mesin Penggilingan	(124, 178,320)
Mesin Bubut	(495, 741, 1222)
Penggilingan	(890, 1349, 2164)

Jumlah jam mesin yang dibutuhkan untuk setiap unit produk bersangkutan diberikan sebagai berikut.

Tabel 4.2 Kooefisien Produk (dalam jam mesin per unit)

Tipe Mesin	Produk 1	Produk 2	Produk 3
Mesin Penggiling	(18,2,6)	(12, 12, 14)	(4, 16,20)
Mesin Bubut	(12, 10, 14)	(78, 45,50)	(45, 74,80)
Penggilingan	(18, 16, 18)	(78, 75, 80)	(146, 146, 150)

Sekarang, untuk menentukan berapa banyak masing-masing produk yang harus dihasilkan dengan mempergunakan seluruh waktu yang tersedia.

Untuk menunjukan masalah di atas sebagai sistem persamaan linier *fully fuzzy*, kita dapat memisalkan x sebagai jumlah Produk 1 yang akan dihasilkan selama satu bulan. Demikian pula, y dan z sebagai jumlah masing-masing Produk 2 dan Produk 3 yang dihasilkan.

Penyelesaian:

Langkah–langkah untuk memyelesaikan persoalan di atas adalah sebagai berikut:

1. Mengubah bentuk persamaan ke dalam matriks $\tilde{A} = (A, M, N)$ dan $\bar{b} = (b, g, □)$ yaitu sebagai berikut:

$$A = \begin{matrix} 18 & 12 & 4 \\ 12 & 78 & 45 \\ 18 & 78 & 146 \end{matrix} \qquad M = \begin{matrix} 2 & 12 & 16 \\ 10 & 45 & 74 \\ 16 & 75 & 146 \end{matrix} \qquad N = \begin{matrix} 6 & 14 & 20 \\ 14 & 50 & 80 \\ 18 & 80 & 150 \end{matrix}$$

$$b = \begin{matrix} 124 \\ 495 \\ 890 \end{matrix} \qquad g = \begin{matrix} 178 \\ 741 \\ 1349 \end{matrix} \qquad □ = \begin{matrix} 320 \\ 1222 \\ 2164 \end{matrix}$$

2. Selanjutnya kita merubah matriks tersebut ke dalam bentuk sistem persamaan linier *fully fuzzy* (persamaan 4.4) sebagai berikut:

$18x_1 + 12x_2 + 4x_3 = 124$

$12x_1 + 78x_2 + 45x_3 = 495$

$18x_1 + 78x_2 + 146x_3 = 890$ (4.10)

$2x_1 + 12x_2 + 16x_3 + 18y_1 + 12y_2 + 4y_3 = 178$

$10x_1 + 45x_2 + 74x_3 + 12y_1 + 78y_2 + 45y_3 = 741$

$16x_1 + 75x_2 + 146x_3 + 18y_1 + 78y_2 + 146y_3 = 1349$ (4.11)

$18z_1 + 12z_2 + 4z_3 + 6x_1 + 14x_2 + 20x_3 = 320$

$12z_1 + 78z_2 + 45z_3 + 14x_1 + 50x_2 + 80x_3 = 1222$

$18z_1 + 78z_2 + 146z_3 + 18x_1 + 80x_2 + 150x_3 = 2164$ (4.12)

3. Selanjutnya untuk persamaan (4.10) kita buktikan persamaan tersebut *strictly diagonally dominant* dengan cara sebagai berikut:

$|a_{11}| \geq |a_{12}| + |a_{13}| \rightarrow |18| \geq |12| + |4| = 18 \geq 16$

$|a_{22}| \geq |a_{21}| + |a_{23}| \rightarrow |78| \geq |12| + |45| = 78 \geq 57$

$|a_{33}| \geq |a_{31}| + |a_{32}| \rightarrow |146| \geq |18| + |78| = 146 \geq 96$

Semua persamaan terbukti *strictly diagonally dominant* karena nilai pada diagonal utamanya bernilai lebih besar, sehingga kita dapat melanjutkan ke tahap berikutnya. Sehingga diperoleh:

$x_1 = \frac{1}{18}(124 - 12x_2 - 4x_3)$

$x_2 = \frac{1}{78}(495 - 12x_1 - 45x_3)$

$x_3 = \frac{1}{146}(890 - 18x_1 - 78x_2)$

4. Selanjutnya proses iterasi Gauss Seidel dapat dilakukan dengan nilai awal 0, 0, 0 yaitu sebagai berikut:

Iterasi pertama

$x_1{}^1 = \frac{1}{18}(124 - 12(0) - 4(0))$

$= \frac{1}{18}(124) = 6.8889$

$x_2{}^1 = \frac{1}{78}(495 - 12(6.8889) - 45(0))$

$= \frac{1}{78}(495 - 82.6668 - 0)$

$= \frac{1}{78}(412.3332) = 5.2863$

$x_3{}^1 = \frac{1}{146}(890 - 18(6.8889) - 78(5.2863))$

$= \frac{1}{146}(890 - 124.0002 - 412.3314)$

$= \frac{1}{146}(353.6684) = 2.4224$

Iterasi kedua

$x_1{}^2 = \frac{1}{18}(124 - 12(5.2863) - 4(2.4224))$

$= \frac{1}{18}(50.8748) = 2.8264$

$x_2{}^2 = \frac{1}{78}(495 - 12(2.8264) - 45(2.4224))$

$= \frac{1}{78}(495 - 33.9168 - 109.008)$

$= \frac{1}{78}(352.0752) = 4.5138$

$x_3{}^2 = \frac{1}{146}(890 - 18(2.8264) - 78(4.5138))$

$= \frac{1}{146}(890 - 50.8752 - 352.0764)$

$= \frac{1}{146}(487.0484) = 3.3359$

Proses iterasi tersebut dilakukan begitu seterusnya hingga iterasi ke-8 (lampiran B-1) diperoleh nilai x_1 = 3.6300 , x_2 = 3.6558 , x_3 = 3.6952. Sehingga diperoleh nilai eksaknya yaitu $\boldsymbol{x_1}$ **= 4 ,** $\boldsymbol{x_2}$ **= 4 ,** $\boldsymbol{x_3}$ **= 4.**

Karena nilai x_1, x_2, x_3 sudah diperoleh hasilnya maka kita subtitusikan nilai tersebut ke dalam persamaan (4.11) sehingga diperoleh persamaan baru sebagai berikut:

$18y_1 + 12y_2 + 4y_3 = 58$

$12y_1 + 78y_2 + 45y_3 = 225$

$18y_1 + 78y_2 + 146y_3 = 401$

Selanjutnya kita buktikan persamaan tersebut *strictly diagonally dominant* dengan cara sebagai berikut:

$|a_{11}| \geq |a_{12}| + |a_{13}| \rightarrow |18| \geq |12| + |4| = 19 \geq 16$

$|a_{22}| \geq |a_{21}| + |a_{23}| \rightarrow |78| \geq |12| + |45| = 78 \geq 57$

$|a_{33}| \geq |a_{31}| + |a_{32}| \rightarrow |146| \geq |18| + |78| = 146 \geq 96$

Semua persamaan sudah terbukti *strictly diagonally dominant*, sehingga diperoleh:

$y_1 = \frac{1}{18}(58 - 12y_2 - 4y_3)$

$y_2 = \frac{1}{78}(225 - 12y_1 - 45y_3)$

$y_3 = \frac{1}{146}(401 - 18y_1 - 78y_2)$

Untuk melakukan proses iterasi kita gunakan nilai awal 0, 0, 0 , maka proses iterasinya sebagai berikut:

Iterasi pertama

$y_1{}^{1} = \frac{1}{18}(58 - 12(0) - 4(0))$

$= \frac{1}{18}(58) = 3.2222$

$y_2{}^{1} = \frac{1}{78}(225 - 12(3.2222) - 45(0))$

$= \frac{1}{78}(225 - 38.6664 - 0)$

$= \frac{1}{78}(186.3336) = 2.3889$

$y_3{}^1$ = $\frac{1}{146}$(401 – 18(3.2222) – 78(2.3889))

= $\frac{1}{146}$(401 – 57.9996 – 186.3342)

= $\frac{1}{146}$(156.6662) = 1.0731

Iterasi kedua

$y_1{}^2$ = $\frac{1}{18}$(58 – 12(2.3889) – 4(1.0731))

= $\frac{1}{18}$(25.0408) = 1.3911

$y_2{}^2$ = $\frac{1}{78}$(225 – 12(1.3911) – 45(1.0731))

= $\frac{1}{78}$(225 – 16.6932 – 45.2895)

= $\frac{1}{78}$(163.0173) = 2.0515

$y_3{}^2$ = $\frac{1}{146}$(401 – 18(1.3911) – 78(2.0515))

= $\frac{1}{146}$(401 – 25.0398 – 160.017)

= $\frac{1}{146}$(215.9432) = 1.4791

Proses iterasi tersebut dapat dilakukan hingga iterasi ke-10 (lampiran B-2) sehingga diperoleh nilai y_1 = 1.7442 , y_2 = 1.6707 , y_3 = 1.6390. Sehingga diperoleh di nilai eksaknya yaitu **y_1 = 2 , y_2 = 2 , y_3 = 2.**

Untuk mendapatkan nilai z_1, z_2, z_3 prosesnya sama dengan untuk mendapatkan nilai y_1, y_2, y_3. Terlebih dahulu kita subtitusikan nilai x_1, x_2, x_3 dan ke dalam persamaan (4.12) yaitu sebagai berikut:

Karena nilai x_1, x_2, x_3 sudah diperoleh hasilnya maka kita subtitusikan nilai tersebut ke dalam persamaan sehingga diperoleh persamaan baru sebagai berikut:

$18z_1 + 12z_2 + 4z_3 = 160$

$12z_1 + 78z_2 + 45z_3 = 646$

$18z_1 + 78z_2 + 146z_3 = 1172$

Untuk mendapatkan nilai z_1, z_2 dan z_3 terlebih dahulu kita harus membuktikan bahwa persamaan tersebut *strictly diagonally dominant* dengan cara sebagai berikut:

$|a_{11}| \geq |a_{12}| + |a_{13}| \rightarrow |18| \geq |12| + |4| = 18 \geq 16$

$|a_{22}| \geq |a_{21}| + |a_{23}| \rightarrow |78| \geq |12| + |45| = 78 \geq 57$

$|a_{33}| \geq |a_{31}| + |a_{32}| \rightarrow |146| \geq |18| + |78| = 146 \geq 96$

Semua persamaan sudah terbukti *strictly diagonally dominant*, sehingga diperoleh:

$$z_1 = \frac{1}{18}(160 - 12z_2 - 4z_3)$$

$$z_2 = \frac{1}{78}(646 - 12z_1 - 45z_3)$$

$$z_3 = \frac{1}{146}(1172 - 18z_1 - 78z_2)$$

Untuk melakukan proses iterasi kita gunakan nilai awal $0, 0, 0$, maka proses iterasinya sebagai berikut:

Iterasi pertama

$$z_1^{\ 1} = \frac{1}{18}(160 - 12(0) - 4(0))$$

$$= \frac{1}{18}(160) = 8.8889$$

$$z_2^{\ 1} = \frac{1}{78}(646 - 12(8.8889) - 45(0))$$

$$= \frac{1}{78}(646 - 106.6668 - 0)$$

$$= \frac{1}{78}(539.3332) = 6.9145$$

$$z_3^{\ 1} = \frac{1}{146}(1172 - 18(8.8889) - 78(6.9145))$$

$$= \frac{1}{146}(1172 - 160.0002 - 539.331)$$

$$= \frac{1}{146}(472.6688) = 3.2374$$

Iterasi kedua

$$z_1^{\ 2} = \frac{1}{18}(160 - 12(8.8889) - 4(3.2374))$$

$$= \frac{1}{18}(40.3836) = 3.5598$$

$$z_2^{\ 2} = \frac{1}{78}(646 - 12(3.5598) - 45(3.2374))$$

$$= \frac{1}{78}(646 - 42.7176 - 145.683)$$

$$= \frac{1}{78}(457.5994) = 5.8665$$

$z_3{}^2 = \frac{1}{146}(1172 - 18(3.5598) - 78(5.8665))$

$= \frac{1}{146}(1172 - 64.0764 - 457.587)$

$= \frac{1}{146}(650.3366) = 4.4542$

Proses iterasi tersebut dapat dilakukan hingga iterasi ke-10 (lampiran B-3) sehingga diperoleh nilai z_1 = 4.6448 , z_2 = 4.7221, z_3 = 4.9319. Sehingga diperoleh nilai eksaknya **z_1 = 5 , z_2 = 5, z_3 = 5.**

5. Sehingga diperoleh bahwa banyak masing-masing produk yang harus dihasilkan dengan mempergunakan seluruh waktu yang tersedia adalah sebagai berikut:

x = (4, 4, 4)

y = (2, 2, 2)

z = (5, 5, 5)

BAB V

KESIMPULAN DAN SARAN

5.1 Kesimpulan

Berdasarkan pembahasan pada bab IV, diperoleh hasil penelitian yaitu metode Gauss Seidel dapat digunakan untuk menyelesaikan sistem persamaan linier *fully fuzzy* contoh 4.2 yaitu:

$(19,1,1)\otimes\ x_1, y_1, z_1\ \oplus(12,1.5,1.5)\otimes\ x_2, y_2, z_2\ \oplus(6,0.5,0.2)\otimes\ x_2, y_2, z_2 = (1897,427.7,536.2)$

$(2,0.1,0.1)\otimes\ x_1, y_1, z_1\ \oplus(4,0.1,0.4)\otimes\ x_2, y_2, z_2\ \oplus(1.5,0.2,0.2)\otimes\ x_2, y_2, z_2 = (434.5,76.2,109.3)$

$(2,0.1,0.2)\otimes\ x_1, y_1, z_1\ \oplus(2,0.1,0.3)\otimes\ x_2, y_2, z_2\ \oplus(4.5,0.1,0.1)\otimes\ x_2, y_2, z_2 = (535.5,88.3,131.9)$

Sehingga diperoleh solusi dari sistem persamaan linier *fully fuzzy* adalah:

x = (37, 62, 75)

y = (7, 5.5, 10.2)

z = (13.3016, 4.5794, 13.9195)

Untuk penyelesaian sistem persamaan linear *fully fuzzy* contoh 4.3 diperoleh solusi sebagai berikut:

x = (4, 4, 4)

y = (2, 2, 2)

z = (5, 5, 5)

Solusi yang diperoleh dari penyelesaian sistem persamaan linier *fully fuzzy* adalah solusi tunggal dan dalam bilangan riil.

5.2 Saran

Tugas akhir ini, penulis membahas cara penyelesaian sistem persamaan linier *fully fuzzy* menggunakan metode gauss seidel. Bagi pembaca yang berminat untuk membahas lebih lanjut tentang sistem persamaan linier *fully fuzzy* ini, maka disarankan untuk membahas lebih lanjut dengan menggunakan metode yang lain.

DAFTAR PUSTAKA

Ezzati. R, Khezerloo. S,Yousefzadeh. A, "Solving Fully Fuzzy Linear System of Equations in General Form", *ISPACS*, Vol.2012, 2012, 11.

Garg, Anjeli and Singh, S.R, " Solving Fuzzy System of Equations Using Gaussian Membership Function", *Computational Cognition*, vol. 7, no.4, 2009.

Gupta, Gourav, "Some Methods for Solving Fully Fuzzy Linear System of Equations", *School of Mathematic and Computer Applications*, 2010.

Howard, Anton, *Aljabar Linear Elementer* edisi kedelapan. Erlangga, Jakarta: Erlangga, 2000.

Liu Ku, Hsuan, "On the Solution of Fully Fuzzy Linear System", *World Academy of Science, Engineering and Technology*, 2010, 43.

Mosleh. M, Abbasbandy. S, Otadi. M, " A Method for Solving Fully Fuzzy Linear System", *Mathematic Scientific Journal*, Vol.7, no 2, 2011, 55-56.

Mosleh. M, Otadi. M, Abbasbandy. S,2011, "Solution of Fully Fuzzy Linear Systems by ST Method",*Islamic Azad University of Lahijan*, Vol.8, no 1, 2011, pp 23-31.

Munir, Rinaldi. *Matematika Diskrit edisi ketiga*. Bandung: Informatika Bandung. 2005.

Nasseri, S.H and Sohrabi, M, " Gram-Schmidt Approach for Linear System of Equations with Fuzzy Parameters", *Mathematics and Computer Science*, vol. 1, no.2, 2010, 80-89.

Nasseri, S.H and Zahmatkesh, F, " Huang Method for Solving Fully Fuzzy Linear System of Equations", *Mathematics and Computer Science*, vol. 1, no.1, 2010, 1-5.

Ruminta, Dr, *Matriks Persamaan Linier dan Pemograman Linier*. Bandung: Rekayasa Sains. 2009.

Senthilkumar. P and Rajendran. G, " Huang Method for Solving Fully Fuzzy Linear System of Equations", *Sadhana Indian Academy of Sciences*, vol. 36, part 6, 2011, 933-940.

Seymour, Lipschutz, dan Marc Lars Lipson, *"Aljabar Linear Schaum's"*. Edisi Ketiga. Erlangga, Jakarta. 2006.